

**Фоменко А.Н., ктн,  
член Президиума Экспертного Совета РОО,  
член Методического Совета РОО,  
генеральный директор ООО «АНФ-ОЦЕНКА»,  
Московская область, г. Королев**

**[www.anf-ocenka.narod.ru](http://www.anf-ocenka.narod.ru)**

# **Расчет интервала неопределенности результатов оценки с использованием теории погрешностей измерений**

**Нижний Новгород, 2015 г.**

## Измерения

**По методам получения результатов измерения делятся на прямые, косвенные, совокупные и совместные.**

- прямые измерения – это измерения, выполняемые при помощи мер, т. е. измеряемая величина сопоставляется непосредственно с ее мерой. Примером прямых измерений является измерение величины угла (мера – транспортир).

- косвенные измерения – это измерения, при которых значение измеряемой величины вычисляется при помощи значений, полученных посредством прямых измерений, и некоторой известной зависимости между данными значениями и измеряемой величиной.

- совокупные измерения – это измерения, результатом которых является решение некоторой системы уравнений, которая составлена из уравнений, полученных вследствие измерения возможных сочетаний измеряемых величин.

- совместные измерения – это измерения, в ходе которых измеряется минимум две неоднородные физические величины с целью установления существующей между ними зависимости.

**По характеристике точности измерения делятся на равноточные и неравноточные.**

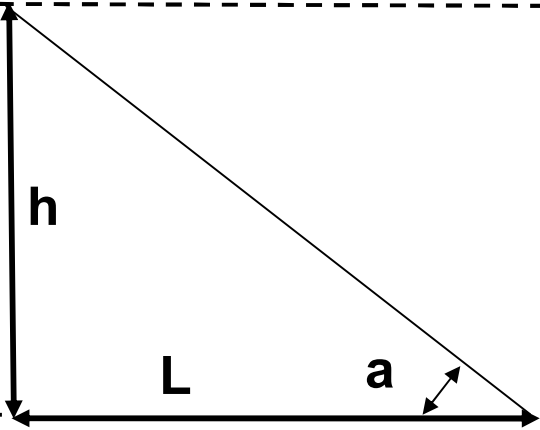
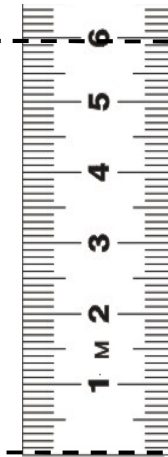
- равноточными измерениями физической величины называется ряд измерений некоторой величины, сделанных при помощи средств измерений (СИ), обладающих одинаковой точностью, в идентичных исходных условиях.

- неравноточными измерениями физической величины называется ряд измерений некоторой величины, сделанных при помощи средств измерения, обладающих разной точностью, и (или) в различных исходных условиях.

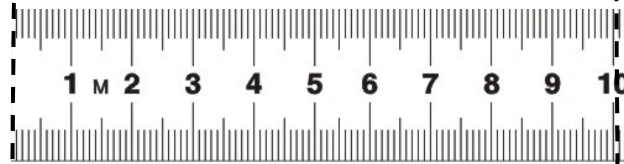
# Вид измерений

Прямое

Косвенное



$$h = L \times \text{tg}(a)$$



Прямое



Равноточные измерения

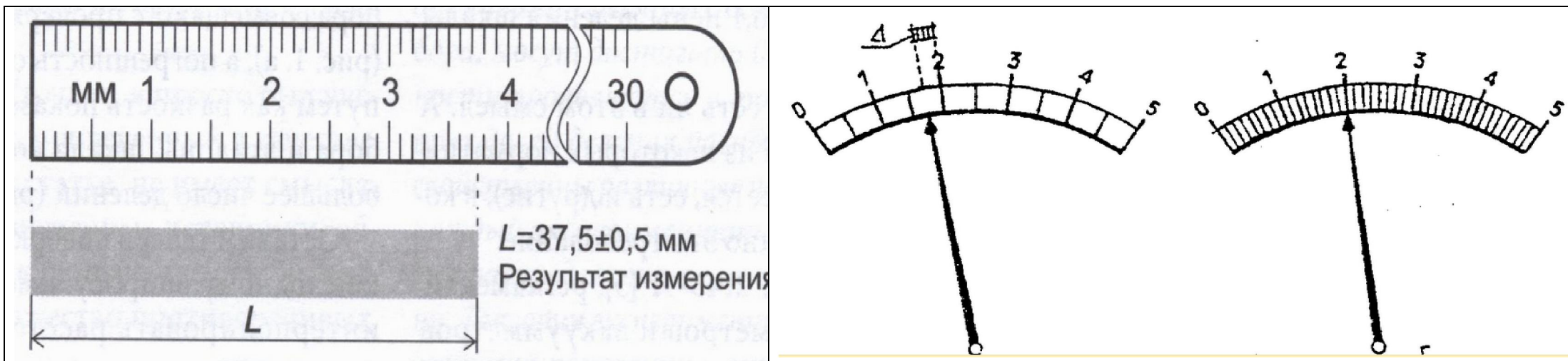
Неравноточные измерения

## Виды погрешностей

Вид	Причины появления при оценке	Способ учета – устранения при оценке
1) Грубые или промахи	Использование неадекватных данных в выборке	Анализ однородности выборки и исключение аномальных значений
2) Систематические	Тенденциозный подбор аналогов	Корректный анализ рынка
3) Случайные	Стохастический характер цен на рынке	Статистический анализ выборки

### Случайные погрешности при прямых измерениях

- погрешность отсчета ( $\Delta$ ) относительно среднего =  $\pm 0,5$  «размера» деления



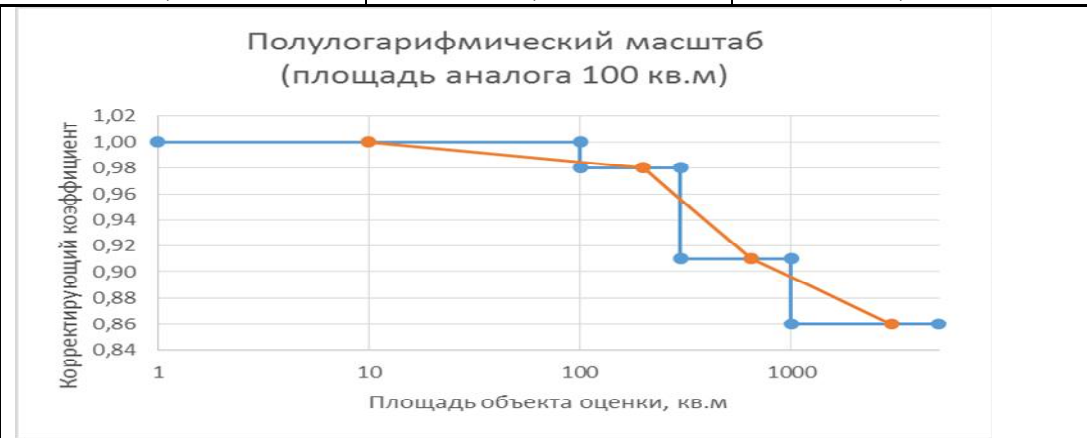
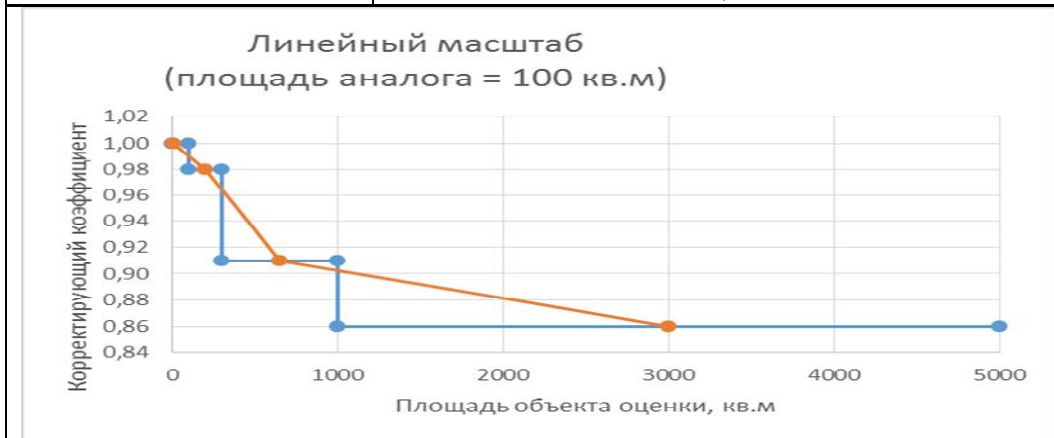
- задан диапазон значений  $K = 0,8...0,9$  - эквивалент «размера» деления.

$$K_{cp} = 0,85 \quad \Delta K = \frac{(K_{max} - K_{min})}{2} = 0,05$$

$$\varepsilon K = \frac{\Delta K}{K_{cp}} = 0,059 \dots > 5,9\%$$

- заданы значения для интервалов параметра

Площадь объекта-аналога, кв. м	Площадь объекта оценки, кв. м			
	< 100	100 - 300	300 - 1000	> 1000
< 100	1,00	0,98	0,91	0,86
100 - 300	1,02	1,00	0,93	0,88
300 - 1000	1,10	1,08	1,00	0,95
> 1000	1,16	1,14	1,06	1,00



Значение коэффициента для пограничных значений площади – эквивалент цены деления

Параметр	Площадь объекта оценки, кв. м						
	< 100	100	100 - 300	300	300 - 1000	1000	> 1000
$K$	1,00		0,98		0,91		0,86
$K_{cp}$		0,99		0,945		0,885	
$\Delta K$		0,01		0,04		0,03	
$\varepsilon K$		1,0%		3,7%		2,8%	
$\varepsilon K_{cp}$	1,0%		2,4%		3,3%		2,8%

**Случайные погрешности при косвенных измерениях**

## Внутригрупповая погрешность

Функция	Абсолютная погрешность $\Delta = \varepsilon \times f$	Относительная погрешность $\varepsilon = \frac{\Delta}{f}$
$f(x, y, \dots)$	$\sqrt{\left(\frac{df}{dx} \Delta x\right)^2 + \left(\frac{df}{dy} \Delta y\right)^2}$	$\frac{1}{f} \times \sqrt{\left(\frac{df}{dx} \Delta x\right)^2 + \left(\frac{df}{dy} \Delta y\right)^2} =$ $\sqrt{\left(\frac{dLn f}{dx} \Delta x\right)^2 + \left(\frac{dLn f}{dy} \Delta y\right)^2}$
$x \pm y$	$\sqrt{(\Delta x)^2 + (\Delta y)^2}$	$\frac{1}{x \pm y} \times \sqrt{(\varepsilon x)^2 \times (x)^2 + (\varepsilon y)^2 \times (y)^2}$
$C_x \cdot x \pm C_y \cdot y$	$\sqrt{(C_x \times x)^2 + (C_y \times \Delta y)^2}$	$\frac{1}{C_x \times x \pm C_y \times y} \times \sqrt{(\varepsilon x)^2 \times (C_x \times x)^2 + (\varepsilon y)^2 \times (C_y \times y)^2}$
$c \cdot x \cdot y$ (c = const)	$c \times \sqrt{(\Delta x)^2 \times (y)^2 + (\Delta y)^2 \times (x)^2}$	$\sqrt{(\varepsilon x)^2 + (\varepsilon y)^2}$
$c \cdot (x/y)$ (c = const)	$c \times \sqrt{(\Delta x)^2 \times \left(\frac{1}{y}\right)^2 + (\Delta y)^2 \times \left(\frac{x}{y^2}\right)^2}$	$\sqrt{(\varepsilon x)^2 + (\varepsilon y)^2}$
$c \cdot x^n \cdot y^m$ (c, n, m = const)	$c \times \sqrt{(n x^{n-1} y^m \Delta x)^2 + (x^n m y^{m-1} \Delta y)^2}$	$\sqrt{n^2 \times (\varepsilon x)^2 + m^2 \times (\varepsilon y)^2}$

## Метод парных продаж (пример)

Исходные данные:

$$x = 300 \quad \varepsilon x = 10\% \implies 0,1$$

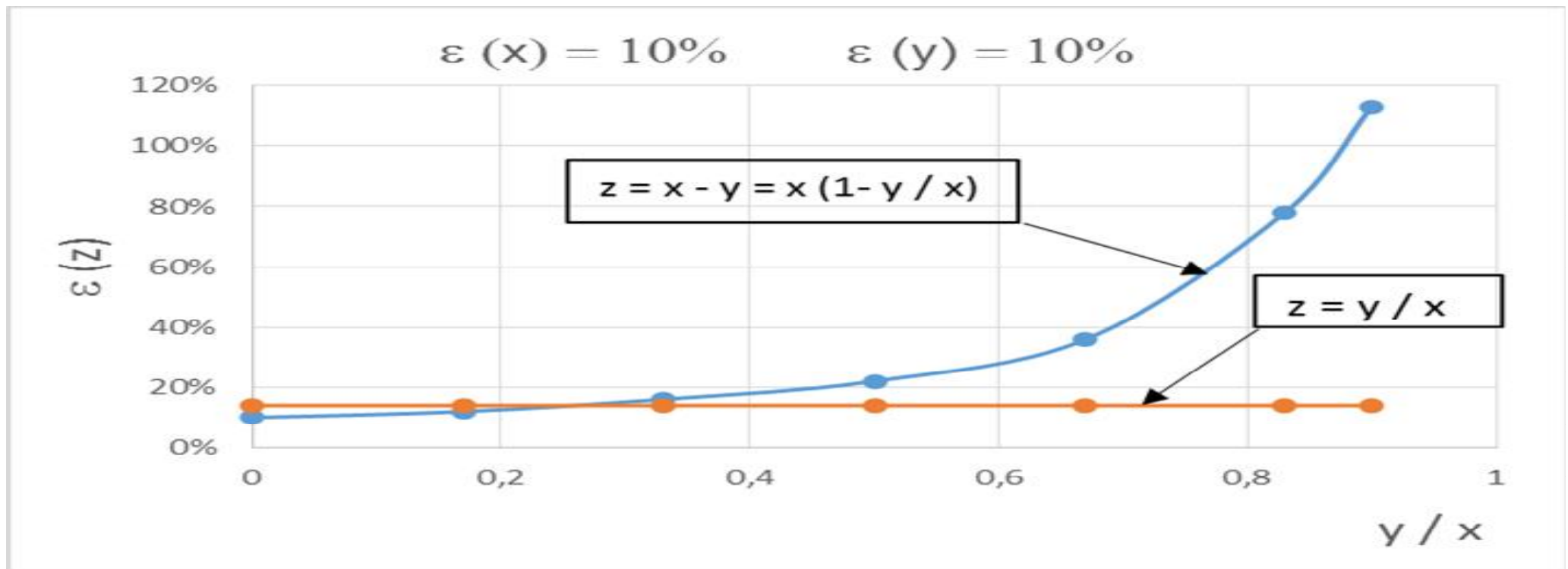
$$y = 250 \quad \delta y = 10\% \implies 0,1$$

$$z = x - y = 300 - 250 = 50$$

$$z = y / x = 0,83$$

Расчет:

$z = x - y$	$\varepsilon z = \frac{1}{x \pm y} \sqrt{(\varepsilon x)^2 x^2 + (\varepsilon y)^2 y^2} = \frac{1}{50} \sqrt{(0,1 \times 300)^2 + (0,1 \times 250)^2} = 0,78 \implies 78\%$
$z = y / x$	$\varepsilon z = \sqrt{(\varepsilon x)^2 + (\varepsilon y)^2} = \sqrt{(0,1)^2 + (0,1)^2} = 0,14 \implies 14\%$



Тип объекта	Гомогенный (воспроизводство)			Гетерогенный (замещение)		
	№1	№2	№3	№1	№2	№3
Аналоги						
Цены						
Корректировки	Корректировок нет			Корректировки имеющие погрешности		
Скорректиров. цена						
Внутригрупповая погрешность						
Стоимость						
Межгрупповая погрешность						

**Внутригрупповая погрешность ( $\varepsilon$ )**

**Межгрупповая погрешность ( $\sigma$ )**

**Итоговая погрешность по подходу ( $\sigma_{ip}$ )**

**Интервал неопределенности (доверительный интервал) ( $\delta$ )**



## Сравнительный подход

$$C_{СП} = \sum (Ц_{ci} \times a_i)$$

$$Ц_{ci} = Ц_i \times K_{i1} \times K_{i2} \times \dots$$

Тип объекта	Гомогенный (воспроизводство)			Гетерогенный (замещение)		
	№1	№2	№3	№1	№2	№3
Аналоги	№1	№2	№3	№1	№2	№3
Цены	$Ц_1$	$Ц_2$	$Ц_3$	$Ц_1$	$Ц_2$	$Ц_3$
Корректировки	-	-	-	$K_{1j} = (1 + \Pi_{1j})$	$K_{2j} = (1 + \Pi_{2j})$	$K_{3j} = (1 + \Pi_{3j})$
Скорректиров. цена	$Ц_1$	$Ц_2$	$Ц_3$	$Ц_1 * K_{11} * K_{12} \dots$	$Ц_2 * K_{21} * K_{22} \dots$	$Ц_3 * K_{31} * K_{32} \dots$
Внутригрупповая погрешность (отн)	-	-	-	$\varepsilon_1 = \sqrt{\sum \varepsilon K_{1j}^2}$	$\varepsilon_2 = \sqrt{\sum \varepsilon K_{2j}^2}$	$\varepsilon_3 = \sqrt{\sum \varepsilon K_{3j}^2}$
Вес ( $a_i = v / \text{ско}_i^2$ )	1 / n	1 / n	1 / n	$v / (\varepsilon_1 \times Ц_1)^2$	$v / (\varepsilon_2 \times Ц_2)^2$	$v / (\varepsilon_3 \times Ц_3)^2$
Стоимость	$C_{СП} = \sum (Ц_i \times a_i)$			$C_{СП} = \sum (Ц_i \times a_i)$		
Межгрупповая погрешность (отн)	$\sigma = \frac{1}{C_{СП}} \sqrt{\frac{\sum (Ц_i - C_{СП})^2}{n-1}}$			$\sigma = \frac{1}{C_{СП}} \sqrt{\frac{\sum (Ц_i - C_{СП})^2}{n-1}}$		
Внутригрупповая погрешность (отн) (средневзвешенная)	-			$\varepsilon = \sqrt{\frac{1}{C_{СП} \times \sum \frac{1}{\varepsilon_i^2 \times Ц_i}}}$		
Итоговая погрешность (отн)	$\sigma_{СП} = \sigma$			$\sigma_{СП} = \sqrt{\sigma^2 + \varepsilon^2}$		
Интервал неопределенности (доверительный интервал)	$\delta_{СП\%} = \pm t_s \frac{\sigma_{СП}}{\sqrt{n}} \sqrt{1 - \frac{n}{N}} \approx \pm t_s \frac{\sigma_{СП}}{\sqrt{n}}$ $\delta_{СП} = \delta_{СП\%} \times C_{СП}$			$\delta_{СП\%} = \pm t_s \frac{\sigma_{СП}}{\sqrt{n}}$ $\delta_{СП} = \delta_{СП\%} \times C_{СП}$		

## Доходный подход

$$C_{ДП} = \frac{АП_{св} \times (1 - H) - ОР}{R}$$

$$АП_{св} = \sum (АП_{ci} \times a_i)$$

$$АП_{ci} = АП_i \times K_{i1} \times K_{i2} \times \dots$$

Погрешности составляющих:

$$\sigma_{АПсв} = \sqrt{\sigma_{АП}^2 + \varepsilon_{АП}^2}$$

$$\varepsilon_{(1-H)} = \frac{(1-H)_{\max} - (1-H)_{\min}}{2 \times (1-H)_{cp}}$$

$$\varepsilon_{(ОР)} = \frac{ОР_{\max} - ОР_{\min}}{2 \times ОР_{cp}}$$

$$\varepsilon_{(R)} = \frac{R_{\max} - R_{\min}}{2 \times R_{cp}}$$

Относительная погрешность подхода:

$$\varepsilon_{ДП} = \sqrt{\left[ (\sigma_{АПсв}^2 + \varepsilon_{(1-H)}^2) \times D_{АП(1-H)}^2 + \varepsilon_{ОР}^2 \times D_{ОР}^2 \right] + \varepsilon_R^2}$$

$$D_{ОР} = \frac{ОР}{АП_{св} \times (1 - H) - ОР}$$

$$D_{АП(1-H)} = 1 - D_{ОР}$$

Интервал неопределенности подхода:

$$\delta_{ДП\%} = \varepsilon_{ДП}$$

$$\delta_{ДП} = \varepsilon_{ДП} \times C_{ДП}$$

## Затратный подход

$$C_{3П} = C_1 \times K_{ИНД} \times (1 + ПП) \times (1 - И_C)$$

$$(1 - И_C) = (1 - И_{ФИЗ}) \times (1 - И_{ФУН}) \times (1 - И_{ВН})$$

Погрешности составляющих:

$$\varepsilon_{(C_1)} = \frac{C_{1i+1} - C_{1i}}{2 \times C_{1cp}} = \frac{\Delta C_{1i}}{C_{1cp}}$$

$$\varepsilon_{(K_{ИНД})} = \frac{\Delta K_{ИНД}}{K_{ИНД}}$$

$$\varepsilon_{(1+ПП)} = \frac{(1 + ПП)_{\max} - (1 + ПП)_{\min}}{2 \times (1 + ПП)_{cp}}$$

$$\varepsilon_{(1-I_i)} = \frac{(1 - I_i)_{\max} - (1 - I_i)_{\min}}{2 \times (1 - I_i)_{cp}}$$

где: i – физ, фун, вн.

$$\varepsilon_{(1-I_C)} = \sqrt{\varepsilon_{(1-I_{ФИЗ})}^2 + \varepsilon_{(1-I_{ФУН})}^2 + \varepsilon_{(1-I_{ВН})}^2}$$

Относительная погрешность подхода:

$$\varepsilon_{3П} = \sqrt{\varepsilon_{C_1}^2 + \varepsilon_{K_{ИНД}}^2 + \varepsilon_{(1+ПП)}^2 + \varepsilon_{(1-I_C)}^2}$$

Интервал неопределенности подхода:

$$\delta_{3П\%} = \pm \varepsilon_{3П}$$

$$\delta_{3П} = \delta_{3П\%} \times C_{3П}$$

## Итоговая стоимость

$$C_{ИТОГ} = C_{ЗП} \times a_{ЗП} + C_{СП} \times a_{СП} + C_{ДП} \times a_{ДП}$$

1) Межгрупповая погрешность

$$\sigma = \frac{1}{C_{ИТОГ}} \sqrt{\frac{\sum (C_i - C_{ИТОГ})^2}{n-1}} \quad \text{где: } i - \text{ЗП, СП, ДП.}$$

2) Итоговая погрешность

$$\sigma_{ИТОГ} = \frac{1}{C_{ИТОГ}} \sqrt{\sigma^2 C_{ИТОГ}^2 + \varepsilon_{ЗП}^2 (a_{ЗП} C_{ЗП})^2 + \varepsilon_{СП}^2 (a_{СП} C_{СП})^2 + \varepsilon_{ДП}^2 (a_{ДП} C_{ДП})^2}$$

3) Интервал неопределенности

$$\delta_{ИТОГ\%} = \sigma_{ИТОГ}$$

$$\delta_{ИТОГ} = \sigma_{ИТОГ} \times C_{ИТОГ}$$

## Пример расчета интервала неопределенности

### Сравнительный подход

#### 1) Коэффициенты корректировки

Среднее значение	min	max	Абсолютная погрешность	Относительная погрешность
0,80	0,79	0,81	0,01	1,3%
0,80	0,70	0,90	0,10	12,5%

#### 2) Расчет

Показатель	Минимальные оценки	Максимальные оценки
Количество корректировок	2 (по min)	5 (по max)
Погрешность корректировок (внутригрупповая погрешность)	1,8%	28,0%
Коэффициент вариации (межгрупповая погрешность)	5%	20%
Итоговая погрешность подхода	5,3%	34,4%
Количество аналогов	5	5
Квантиль Стьюдента при $\alpha = 0,05$	2,78	2,78
Интервал неопределенности подхода	7,4%	47,8%

# Доходный подход

## 1 Исходные данные

Московский регион	Офисы	Торговля	Склады
Объем качественных объектов по итогам I кв. 2014 г., млн кв.м	GLA – 13,509–15,209	GBA – 7,620–8,020 GLA – 3,857–4,457	GBA – 8,228
Объем ввода качественных объектов за I кв. 2014 г. <sup>1</sup> , тыс. кв.м	GLA – 209 054	GBA – 119 750 GLA – 57 480	GBA – 328 505
Планы по вводу качественных объектов на 2014 г., млн кв.м (GBA)	1,25–1,4	2,4	1,5–1,6
Наиболее вероятный <sup>2</sup> объем ввода за 2014 г., тыс. кв.м (GBA)	950–1000	1200–1500 <sup>3</sup>	1200–1250
Затраты на строительство (без учета НДС), \$/кв.м	1500–2600	1350–1600	850–1350
Запрашиваемые цены предложений (без учета НДС), \$/кв.м	2400–12 000	5000–8000	900–1300
Средняя ставка аренды (без учета НДС и операционных расходов), \$/кв.м/год	260–1350	150–4000	100–140
Операционные расходы <sup>4</sup> (без учета НДС), \$/кв.м/год	80–170	80–250	25–45
Эксплуатационные расходы (без учета НДС), \$/кв.м/год	60–150	40–190	15–25
Доля вакантных площадей, %	11–18,6	2–3	1–2,5
Ставка капитализации, %	8–8,5	9–9,5	10–12

## 2) Погрешность арендной платы

Показатель	Минимальные оценки	Максимальные оценки
Количество корректировок	2 (по min)	5 (по max)
Погрешность корректировок (внутригрупповая погрешность)	1,8%	28,0%
Коэффициент вариации (межгрупповая погрешность)	5%	20%
Итоговая погрешность	5,3%	34%
Количество аналогов	5	5
Квантиль Стьюдента при $\alpha = 0,05$	2,78	2,78
Интервал неопределенности	7,5%	43%

## Другие погрешности

Показатель	Среднее значение	min	max	Абсолютная погрешность	Относительная погрешность
(1-Н)	0,85	0,89	0,81	0,04	4%
ОР (max)	125	80	170	45	36%
ОР (min)	125	110	140	15	12%
Коэфф. капитализации	8,25%	8%	8,50%	0,25%	3%

$$\varepsilon_{ДП} = \sqrt{[(\sigma_{АП_{св}}^2 + \varepsilon_{(1-H)}^2) \times D_{АП(1-H)}^2 + \varepsilon_{ОР}^2 \times D_{ОР}^2] + \varepsilon_R^2}$$

Средние величины параметров и их долевые коэффициенты

Показатель	АП	(1-Н)	ОР	R	АП x (1-Н) - ОР
Значения	800	0,85	125	8,25%	555
D	1,23		0,23		

Показатель	Минимальные оценки	Максимальные оценки
Погрешность АП	5%	34%
Погрешность (1-Н)	4%	4%
Погрешность ОР	12%	36%
Погрешность коэфф. капитализации	3%	3%
Погрешность подхода	9%	43%
Интервал неопределенности подхода	9%	43%



# **Затратный подход**

1 Исходные данные

**Итоговая стоимость**